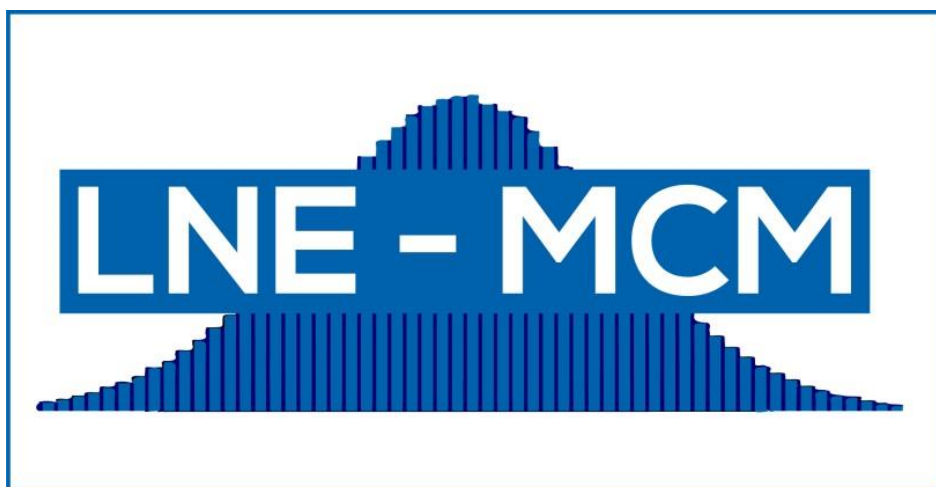


MANUEL DE L'UTILISATEUR

LOGICIEL LNE-MCM 1.1

juillet 2016



VERSION 1.0

Avant-propos

Qu'est-ce que le logiciel LNE-MCM ?

LNE-MCM est une **application autonome gratuite** développée par le *Laboratoire national de métrologie et d'essais (LNE)* qui permet **d'estimer l'incertitude de mesure par propagation de distributions en utilisant les simulations de Monte Carlo** conformément à la méthode décrite dans le **supplément 1 du GUM [réf : GUM S1]**. Il est téléchargeable sur le site internet du LNE à l'adresse www.lne.fr/logiciel-mcm.

Qu'offre le logiciel LNE-MCM ?

Outre l'évaluation de l'incertitude de mesure par la méthode de Monte Carlo, LNE-MCM permet :

- de vérifier la validité des résultats obtenus avec la méthode GUM selon les critères décrits dans le supplément 1 du GUM [réf : GUM S1] ;
- de traiter simultanément plusieurs grandeurs de sortie. L'utilisateur peut consulter le supplément 2 du GUM pour la notion de mesurandes multiples [réf : GUM S2] ;
- d'établir un budget d'incertitude en réalisant une analyse de sensibilité par deux méthodes : les coefficients de corrélation des rangs de Spearman et les indices de Sobol' [réf : Saltelli] ;
- de déterminer la loi de la grandeur de sortie en vérifiant avec le test de Kolmogorov-Smirnov l'adéquation à différentes lois théoriques (normale, Student, log-normale, Gamma, Bêta, uniforme, exponentielle) [réf : Kolmogorov].

Table des matières

.....	2
Avant-propos	2
1 Informations générales.....	4
1.1 Prérequis.....	4
1.2 Distribution.....	4
1.3 Licence	4
1.4 Téléchargement.....	4
1.5 Installation.....	5
1.6 Support technique	5
2 Prise en main	5
2.1 Fenêtre d'accueil	5
2.2 Fenêtre de calcul	6
2.3 Fenêtre résultat de l'estimation par Monte Carlo	9
3 Fonctionnalités supplémentaires	10
3.1 Test d'ajustement de Kolmogorov-Smirnov.....	10
3.2 Analyse de sensibilité	12
3.3 Validation des résultats obtenus par la méthode GUM.....	15
4 Mesurandes multiples	18
5 Sauvegarde des résultats.....	20
6 Synthèse	21
Références	23

1 Informations générales

1.1 Prérequis

LNE-MCM fonctionne sous le système d'exploitation Microsoft® Windows (testé sous Windows 7, Windows 8 et Windows 10).

LNE-MCM est une application autonome développée sous Windows avec la version R2013a (8.1) de MATLAB® en 32 bits. Afin d'utiliser LNE-MCM, il est nécessaire de télécharger et d'installer le composant MATLAB Compiler Runtime (MCR) correspondant à la version de développement, en l'occurrence le MCR_R2013a_win32_installer.exe disponible à l'adresse <http://www.mathworks.fr/products/compiler/mcr/>.

Les entrées/sorties sont interfacées avec Microsoft® Excel. Cependant il n'est pas indispensable de disposer de Microsoft® Excel pour utiliser LNE-MCM.

1.2 Distribution

LNE-MCM est disponible sur le site web www.lne.fr/logiciel-mcm.

1.3 Licence

La licence, mentionnant les conditions relatives à l'utilisation de LNE-MCM, est disponible sur le site de téléchargement du logiciel.

1.4 Téléchargement

LNE-MCM est téléchargeable gratuitement. Vous devez au préalable renseigner plusieurs champs obligatoires. Une fois ces champs renseignés, un mail vous sera envoyé contenant le lien de téléchargement.

Le dossier *fichiers-installation-logiciel-lne-mcm* téléchargé est composé

- du fichier de lancement du logiciel (*Lancement_LNE_MCM.bat*) ;
- de l'exécutable (*LNE-MCM.exe*) et du *readme.txt* associé ;
- du contrat de licence (*licence.pdf*),
- de ce manuel (*Manuel_utilisateur_LNE_MCM.pdf*) ;
- d'un fichier Excel spécimen au format lisible par le logiciel (*fichier_Excel_Specimen.xls*) ainsi que d'un fichier *structure_fichier_Excel.pdf* expliquant la structure des fichiers Excel.
- d'un dossier *Exemples* contenant les fichiers des deux exemples cités dans ce manuel.

La taille du dossier est de l'ordre de 110 Mo.

1.5 Installation

Seule l'installation du composant MCR_R2013a_win32_installer.exe de MATLAB est indispensable.

Un double-clic sur le fichier Lancement_LNE_MCM.bat lance l'application.

1.6 Support technique

L'adresse Infomathstat@lne.fr est à votre disposition pour toute remarque concernant l'installation ou l'utilisation du logiciel.

2 Prise en main

Cette partie décrit le fonctionnement du logiciel LNE-MCM.

2.1 Fenêtre d'accueil

La fenêtre d'accueil (**Figure 1**) donne accès

- à la fenêtre de calcul ;
- à ce manuel.

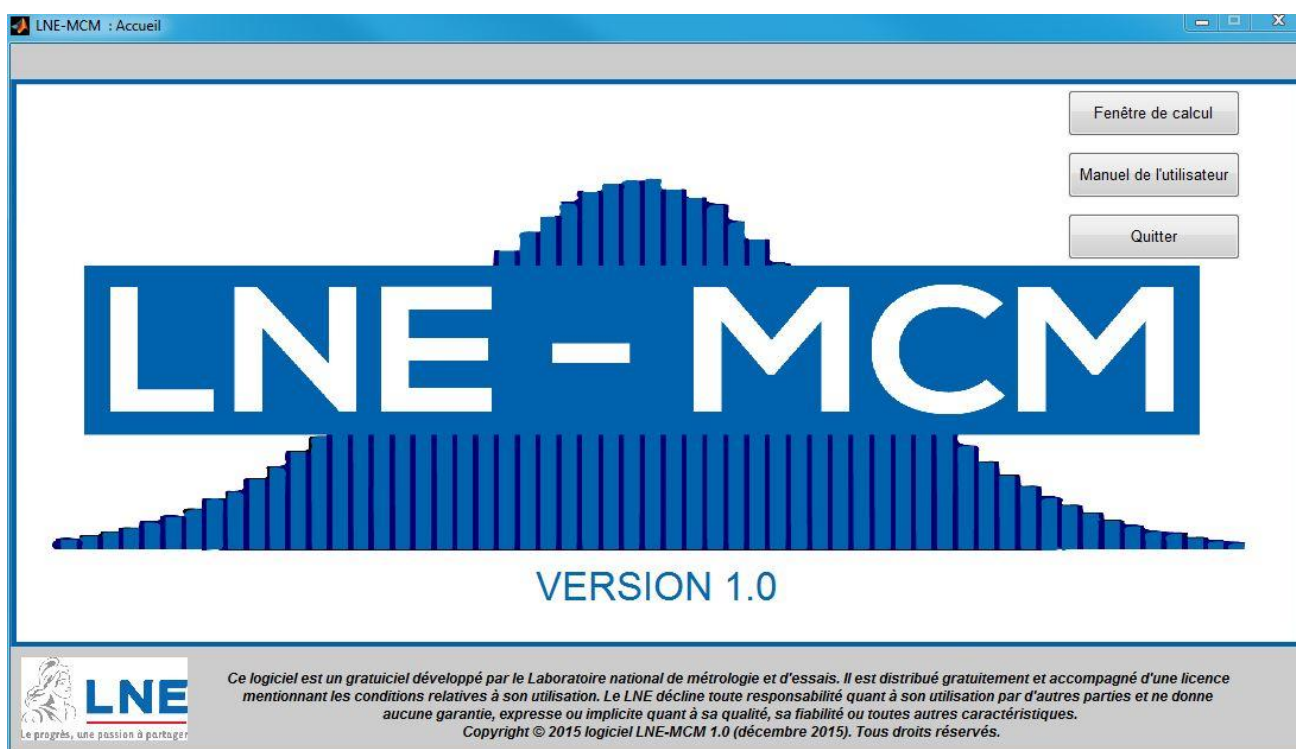


Figure 1- Fenêtre d'accueil du logiciel LNE-MCM

2.2 Fenêtre de calcul

Lorsque l'utilisateur clique sur **Fenêtre de calcul**, le logiciel ouvre la fenêtre **Figure 2**.



L'analyse du processus de mesure est réalisée en amont. Au lancement de LNE-MCM, l'utilisateur connaît le modèle de mesure (appelé également modèle mathématique) et les distributions des grandeurs d'entrée.

On suppose les grandeurs d'entrée réelles.

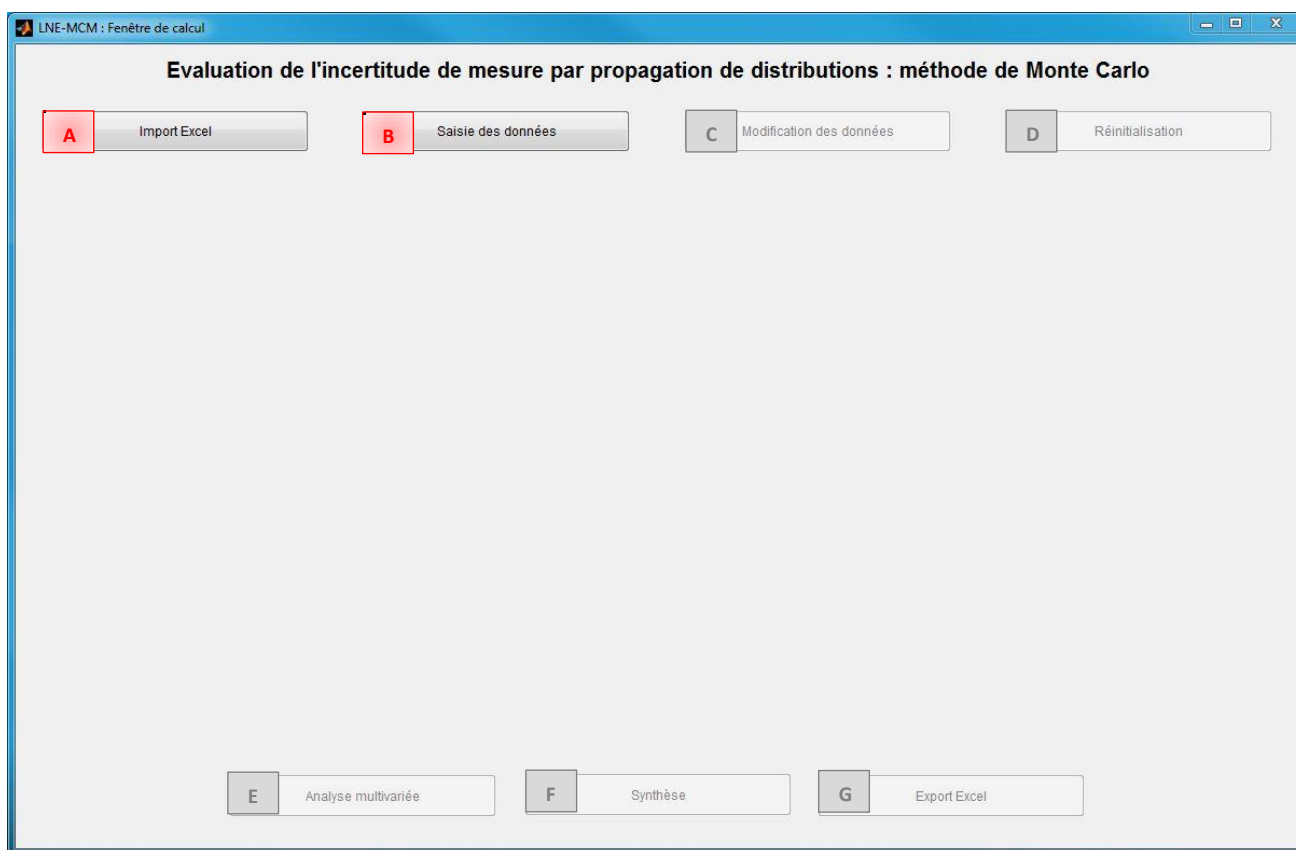


Figure 2 - Fenêtre de calcul du logiciel LNE-MCM

Deux modes de fonctionnement :

- A ➤ le mode **Import Excel** qui permet d'importer un fichier Excel ayant un format spécifique lisible par le logiciel (un exemple de fichier Excel spécimen est disponible dans le dossier téléchargé).
- B ➤ le mode **Saisie des données** qui permet à l'utilisateur de renseigner le modèle de mesure ainsi que les distributions attribuées aux grandeurs d'entrée directement dans l'application.

Les autres boutons disponibles dans cette fenêtre offrent à l'utilisateur la possibilité de

- C** modifier ses données ;
- D** réinitialiser la fenêtre ce qui entraîne la perte des données non sauvegardées et la réouverture de celle-ci ;
- E** traiter le cas de plusieurs grandeurs de sortie (partie 4);
- F** visualiser les informations relatives au cas d'étude en cours (modèle de mesure, liste des grandeurs d'entrée) (partie 6) ;
- G** sauvegarder les résultats obtenus dans un fichier Excel (partie 5).

Nous présentons le logiciel en choisissant le mode de fonctionnement **Import Excel**. Le fichier de données importé, *EtalonnageMasse_GUMS1.xlsx*, concerne l'exemple de l'étalonnage de masse décrit dans le supplément 1 du GUM [réf : GUM S1].

Une fois le fichier importé, les panneaux associés aux trois premières étapes d'évaluation de l'incertitude de mesure (**spécification du(es) modèle(s) de mesure, quantification des sources d'incertitude, simulation et propagation**) s'affichent.

Evaluation de l'incertitude de mesure par propagation de distributions : méthode de Monte Carlo

Etape 1 : spécification du(es) modèle(s) de mesure

Nombre de grandeurs d'entrée: 7 (E1.1) Nombre de grandeurs de sortie: 1 (E1.1)

Modèle mathématique: $dm = (mRc + dmRc) * (1 + (ra - ra0) * (1/rW - 1/rR)) - mnom$ (E1.2, E1.3) Valider (V) Aide à l'écriture du modèle (E1.4) Cosinus

Etape 2 : quantification des sources d'incertitude

Nom	Type de distribution	Paramètre 1	Paramètre 2
mRc	Normale	Moyenne: 0.1000	Ecart type: 5.0000e-08
dmRc	Normale	Moyenne: 1.2340e-06	Ecart type: 2.0000e-08
ra	Uniforme	Binf: 1.1000	Bsup: 1.3000
ra0	Constante	Valeur: 1.2000	
rW	Uniforme	Binf: 7000	Bsup: 9000
rR	Uniforme	Binf: 7950	Bsup: 8050
mnom	Constante	Valeur: 0.1000	

Matrice de variance-covariance (E2.2):

	mRc	dmRc
mRc	2.5000e-15	0
dmRc	0	4.0000e-16

Etape 3 : simulation et propagation

Graine ("seed"): Aléatoire (E3.1) Grandeur d'entrée X: Afficher (E3.2) Grandeur de sortie Y: Afficher (E3.2)

Nombre de tirages: 1e6 Lancer (E4) Nombre de tirages à ajouter: 1 Relancer

E Analyse multivariée **F** Synthèse **G** Export Excel

Figure 3 – Fenêtre de calcul dans le cas de l'étalonnage de masse

E1

➤ Etape 1 : spécification du(es) modèle(s) de mesure

Le nombre de grandeurs d'entrée ainsi que le nombre de grandeurs de sortie s'affichent dans les cadres dédiés. On peut associer des noms aux grandeurs d'entrée et de sortie en activant les boutons **Nommer** . Les noms par défaut sont X1, X2,... et Y1, Y2,... .



Dans le cas de modèles de mesure faisant intervenir des mesurandes intermédiaires, l'utilisateur veillera à ce que chaque grandeur renseignée dans le cadre  soit définie au préalable sous peine de voir apparaître le message d'erreur « Une des grandeurs du modèle n'est pas définie ».

La liste déroulante  permet de sélectionner le mesurande concerné et d'écrire le modèle mathématique correspondant. A cet effet, le bouton **Aide à l'écriture du modèle**  propose une liste non exhaustive de fonctions classiques ou de grandeurs ayant une écriture intrinsèque à MATLAB.



Lorsque l'utilisateur saisit directement les données ou lorsque qu'il effectue des modifications, il est nécessaire de **Valider**  à chaque écriture d'un nouveau modèle mathématique sous peine de perdre les équations déjà écrites.

Il est important de s'assurer que le logiciel a pris en compte les paramètres de l'**Etape 1** en vérifiant que le bouton **Valider**  est inactif.

E2

➤ Etape 2 : quantification des sources d'incertitude

Pour affecter une distribution aux grandeurs d'entrée, 14 lois de probabilité sont disponibles : *bêta, curvilinéaire trapézoïdale, dérivée d'arc sinus, exponentielle, Gamma, log-normale, normale, normale tronquée, normale tronquée inférieure, normale tronquée supérieure, Poisson, Student, triangulaire, uniforme.*

Le tableau  rappelle pour chaque loi, le ou les paramètres à renseigner. Il contient une ligne spécifique pour les grandeurs d'entrée constantes.

Le logiciel LNE-MCM autorise les corrélations entre les grandeurs d'entrée modélisées par :

❖ des lois normales : **distribution normale multivariée** .

L'utilisateur peut renseigner indifféremment **la matrice de corrélation** ou **la matrice de variance-covariance**.

❖ des lois de Student : **distribution de Student multivariée** .

L'utilisateur renseigne uniquement **la matrice de corrélation**.

Important : Dans le cas de la distribution de Student multivariée, la dépendance entre les variables d'entrée est modélisée à partir d'une copule gaussienne avec des marginales Student [réf : Possolo].

E3

➤ Etape 3 : simulation et propagation

Le générateur de nombres pseudo-aléatoires de MATLAB est basé sur les travaux de Mersenne-Twister [réf : Mersenne].

Il est possible de configurer la **Graine** (« seed ») ^{E3.1} du générateur de nombres pseudo-aléatoires.

La graine est une variable qui sert à initialiser l'algorithme de génération de nombres pseudo-aléatoires. Elle peut être :

- ❖ **Fixe** et choisie par l'utilisateur. Deux simulations ayant la même graine auront les mêmes résultats.
- ❖ **Aléatoire** (*par défaut*) et calculée à partir de l'horloge de l'ordinateur de façon à éviter les répétitions des séries aléatoires.

Les boutons **Afficher** ^{E3.2} placés après les termes **Grandeur d'entrée X** et **Grandeur de sortie Y** permettent de visualiser la densité de probabilité simulée de chaque grandeur d'entrée et de chaque grandeur de sortie. La moyenne et l'écart type pour chaque grandeur sont estimés à partir de l'échantillon généré.

Il est possible de rajouter des tirages. La graine (« seed ») des tirages supplémentaires reste de même nature (aléatoire ou fixe).

E4

Une fois les étapes E1, E2, E3 réalisées et le bouton **Lancer** ^{E4} activé, une nouvelle fenêtre **résultat de l'estimation par Monte Carlo** s'affiche (Figure 4).

2.3 Fenêtre résultat de l'estimation par Monte Carlo

E4

➤ Etape 4 : expression finale du résultat

Cette fenêtre résume les informations liées à la grandeur de sortie (moyenne, écart type, intervalle élargi) sélectionnée dans le cadre **Données**.

L'**intervalle élargi** $[y_{inf}; y_{sup}]$ de probabilité p ($0 \leq p \leq 1$) est un intervalle qui contient $100 * p$ % des valeurs issues de la simulation de Monte Carlo. Il peut être :

- **symétrique** (en probabilité) auquel cas il est obtenu en prenant pour y_{inf} le quantile d'ordre $1 - p/2$, et pour y_{sup} le quantile d'ordre $p/2$;
- **le plus court** auquel cas il est obtenu en déterminant α ($0 \leq \alpha \leq 1 - p$) tel que l'intervalle constitué par les quantiles d'ordres α et $1 - \alpha$ soit le plus court possible.

La **Probabilité de couverture** de l'intervalle élargi est par défaut de 95% mais l'utilisateur peut modifier cette probabilité.

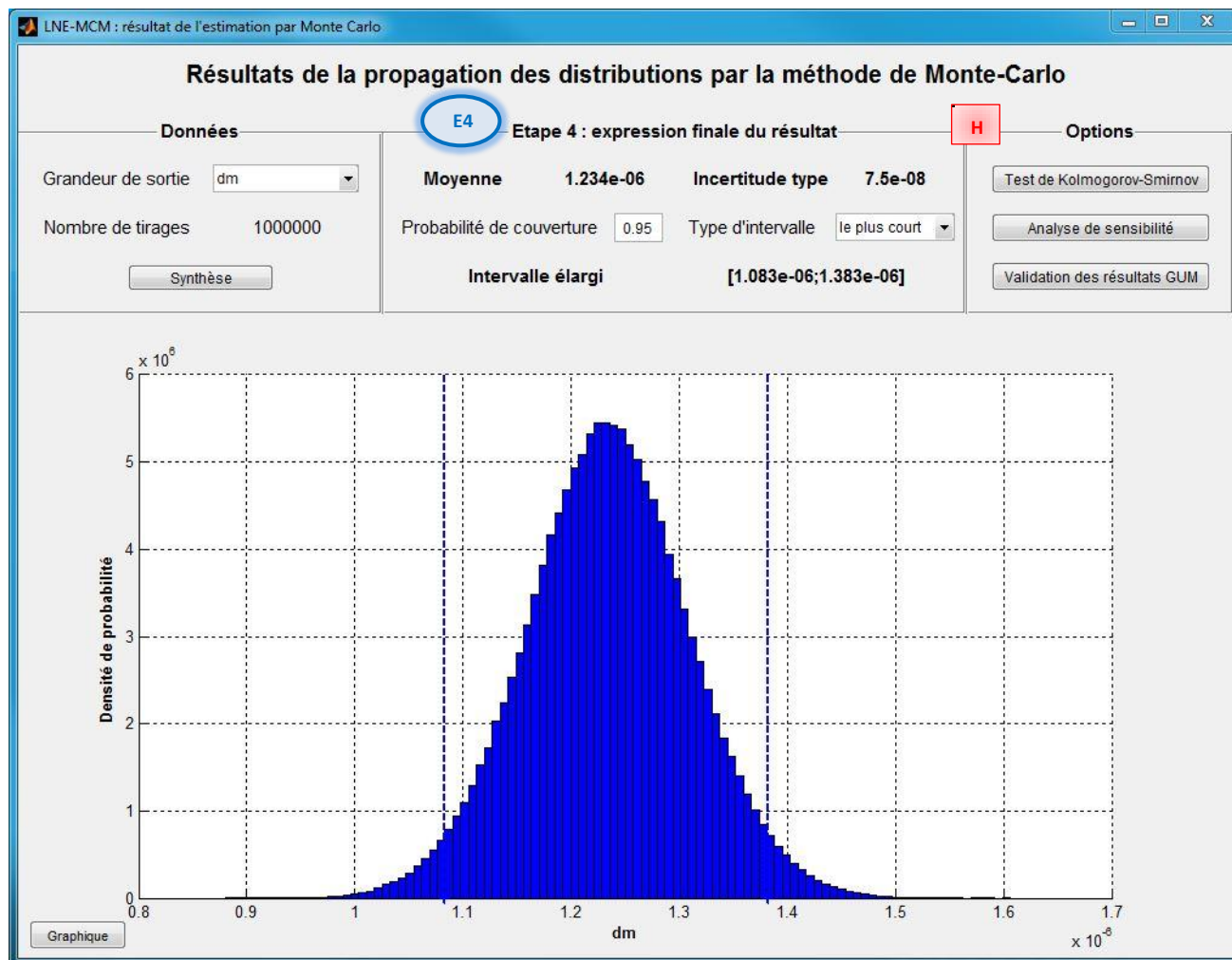


Figure 4 - Fenêtre résultat dans le cas de l'étalonnage de masse

H Au-delà de la méthode de Monte Carlo, le logiciel LNE-MCM offre la possibilité de réaliser un **Test de Kolmogorov-Smirnov** (partie 3.1), une **Analyse de sensibilité** (partie 3.2) et la **Validation des résultats GUM** (partie 3.3).

3 Fonctionnalités supplémentaires

3.1 Test d'ajustement de Kolmogorov-Smirnov

Le logiciel LNE-MCM permet de vérifier l'adéquation de la distribution de la grandeur de sortie à une loi de probabilité selon le test de Kolmogorov-Smirnov. Sept lois sont proposées : **normale**, **uniforme**, **exponentielle**, **log-normale**, **Gamma**, **bêta**, **Student**.

Le principe du test de Kolmogorov-Smirnov est de comparer la fonction de répartition simulée $F_M(y) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M 1_{\{Y_j \leq y\}}$ de la grandeur de sortie avec la fonction de répartition F_0 de la loi théorique. La grandeur M représente le nombre de tirages de Monte Carlo et Y_j représente la j^{e} valeur de l'échantillon simulé.

Les paramètres de la loi théorique sont estimés à partir de l'échantillon de valeurs simulées.

La statistique du test de Kolmogorov-Smirnov est donnée par la formule suivante :

$$D_M = \max_{1 \leq i \leq M} \{|F_0(Y_i) - F_M(Y_i)|\}.$$

Si les différences entre les deux fonctions de répartition sont trop importantes, alors le test conduit à la conclusion que la grandeur de sortie ne suit pas la loi théorique considérée au niveau de risque α spécifié. Par défaut, α est égal à 0,05.

Le logiciel LNE-MCM donne les valeurs de la statistique du test et de la p-value pour chaque loi théorique.

La p-value est la probabilité d'obtenir une valeur de la statistique de test supérieure ou égale à D_M sous l'hypothèse que les valeurs simulées sont distribuées selon la loi théorique. En d'autres termes, plus cette valeur est petite, plus les écarts entre la loi de la grandeur de sortie et la loi théorique sont grands.

Les résultats sont résumés dans un tableau accompagné d'un graphique représentant la densité de probabilité de la grandeur de sortie calculée et les densités des sept lois de probabilité théoriques ([Figure 5](#)).

Un classement par ordre décroissant en fonction de la p-value est réalisé.

La pratique courante est de rejeter la loi théorique si la p-value est inférieure à 0,05.



Dans le cadre d'une simulation Monte Carlo avec un grand nombre de tirages, le test est très sensible à d'infimes déviations de la loi théorique et les valeurs des p-value sont très majoritairement faibles. De ce fait, il convient également de s'intéresser à la valeur de la statistique du test puisque plus celle-ci est faible, plus la loi théorique est proche de celle de la **Grandeur de sortie**.

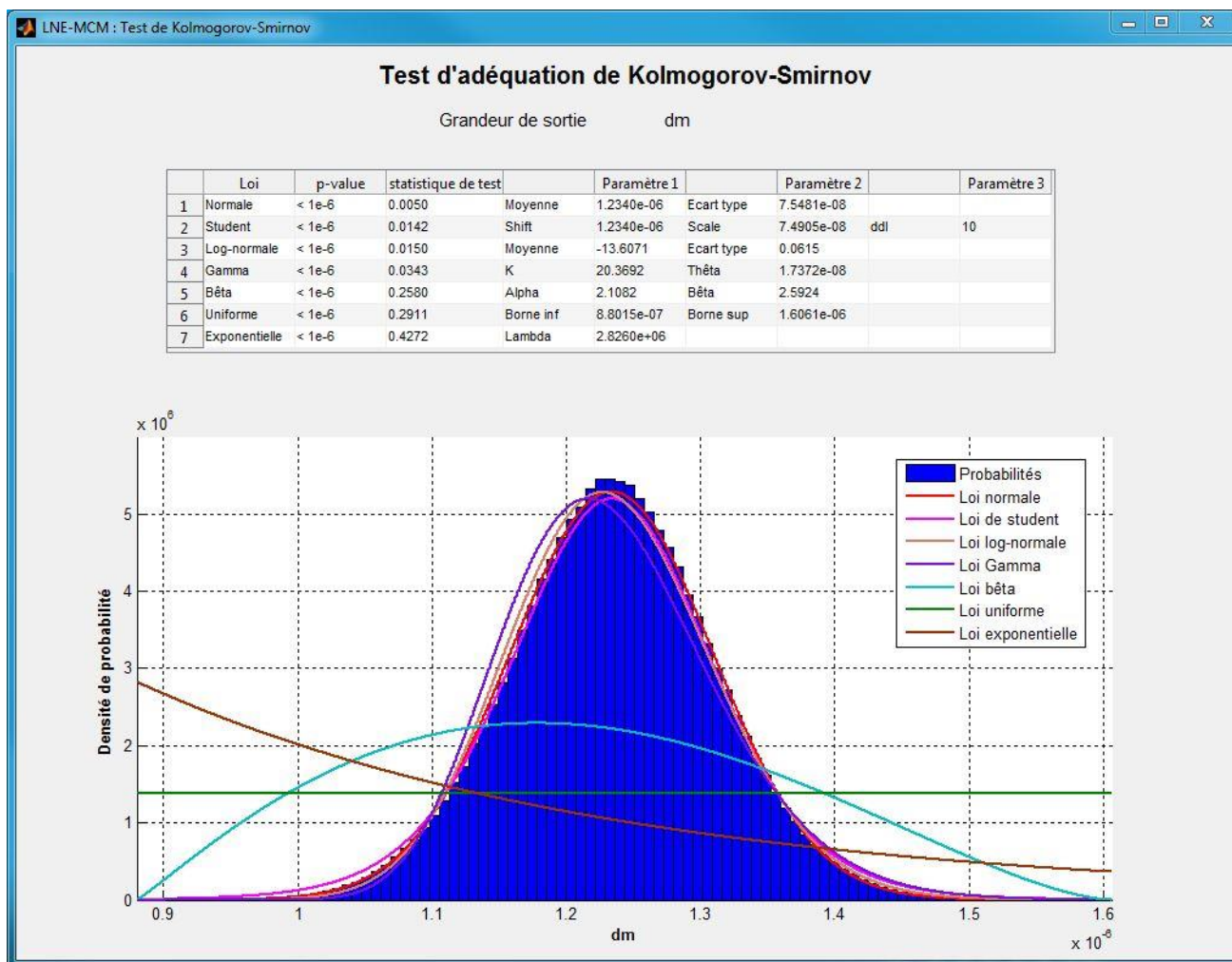


Figure 5 - Fenêtre Test de Kolmogorov-Smirnov

3.2 Analyse de sensibilité

L'analyse de sensibilité permet d'établir le budget d'incertitude en hiérarchisant les grandeurs d'entrée par rapport à leur contribution à la variance de la grandeur de sortie. Deux méthodes sont disponibles dans LNE-MCM : les coefficients de corrélation de Spearman et les indices de Sobol'.

Concernant les coefficients de corrélation de Spearman, le calcul est peu coûteux en temps. Cependant, l'interprétation de ces coefficients n'a de sens que dans le cas d'un modèle de mesure monotone (sens de variation de la grandeur de sortie constant).

A contrario, les indices de Sobol' permettent d'évaluer la contribution de chaque source d'incertitude, ainsi que des éventuelles interactions, sans hypothèse particulière sur les propriétés du modèle de mesure. L'estimation de ces indices nécessite des tirages de Monte Carlo supplémentaires, ce qui accroît significativement le temps de calcul.



Il est important de noter que l'interprétation des résultats est délicate s'il existe des corrélations importantes entre les grandeurs d'entrée. Dans ce cas, il n'est en effet pas possible de dissocier les effets individuels des grandeurs d'entrée corrélées.

➤ Coefficients de corrélation des rangs de Spearman

Lorsque le modèle mathématique est monotone, le calcul des coefficients de corrélation de Spearman est utilisé pour réaliser une analyse de sensibilité.

Cette méthode consiste à calculer le coefficient de corrélation entre les rangs associés à chacune des grandeurs impliquées. Le coefficient de corrélation entre X_i et Y est donné par la formule suivante :

$$\rho(X_i; Y) = 1 - \frac{6 \sum_{j=1}^M (RX_i^j - RY^j)^2}{M(M^2 - 1)}$$

avec RX_i le vecteur des rangs de la grandeur d'entrée X_i , RY le vecteur des rangs de la grandeur de sortie Y , j le j^{e} tirage de Monte Carlo et M le nombre total de tirages de Monte Carlo.

Exemple : Le **tableau 1** représente les valeurs prises par X_1 , RX_1 , Y et RY .

X_1	Y	RX_1	RY
2.2	10.02	4	4
2.3	9.89	5	1
2.0	10.23	2	5
1.9	10.01	1	3
2.1	9.98	3	2

Tableau 1 – Exemple de calcul de rangs

Les coefficients de corrélation ainsi obtenus sont normalisés afin d'obtenir une estimation de la contribution relative de chaque grandeur d'entrée à la variance de la grandeur de sortie Y . On obtient de ce fait les indices de sensibilité qui sont donnés par la formule suivante :

$$S_i^{Spearman} = \frac{\rho^2(X_i; Y)}{\sum_{j=1}^n \rho^2(X_j; Y)}$$

avec n le nombre de grandeurs d'entrée. L'indice $S_i^{Spearman}$ représente la contribution à la variance de Y de la grandeur d'entrée X_i .

L'ensemble de ces indices de sensibilité constitue le budget d'incertitude associé à la grandeur de sortie Y .

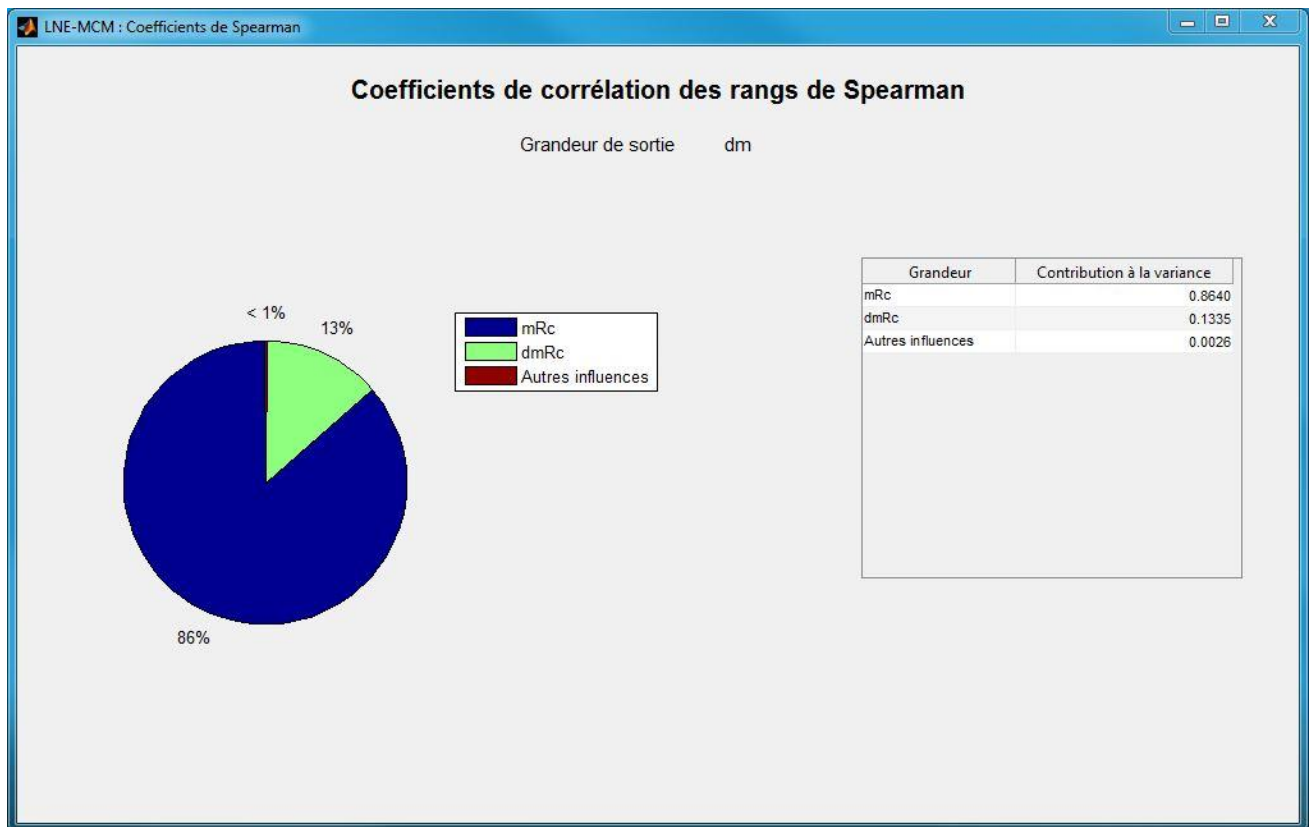


Figure 6 – Coefficients de corrélation de Spearman

La **Figure 6** comporte un diagramme circulaire représentant le Budget d'incertitude associé à la **Grandeur de sortie** et un tableau donnant **les Contributions à la variance** (indices de sensibilité) de chaque grandeur d'entrée.

➤ Méthode de Sobol'

La méthode de Sobol' permet de détecter les interactions significatives entre les grandeurs d'entrée.

L'estimation de l'indice de sensibilité S_i^{Sobol} du 1^{er} ordre entre la grandeur de sortie Y et la grandeur d'entrée X_i repose sur l'utilisation de deux échantillons notés $(x_{ij})_{\substack{i=1,\dots,n \\ j=1,\dots,M}}$ et $(x'_{ij})_{\substack{i=1,\dots,n \\ j=1,\dots,M}}$.

Celui-ci s'obtient par la formule suivante :

$$S_i^{\text{Sobol}} = \frac{\hat{D}_i}{\hat{D}} = \frac{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M f(x_{1j}, \dots, x_{nj}) f(x'_{1j}, \dots, x_{ij}, \dots, x'_{nj}) - \hat{f}_0^2}{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M f^2(x_{1j}, \dots, x_{nj})}$$

avec n le nombre de grandeurs d'entrée, M le nombre total de tirages de Monte Carlo et

$\hat{f}_0 = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M f(x_{1j}, \dots, x_{nj})$ une estimation de la moyenne de la grandeur de sortie.

Cette méthode d'estimation est toutefois coûteuse en nombre d'évaluations du modèle pour des échantillons de taille M . Ainsi, le logiciel LNE-MCM propose de répéter ce calcul plusieurs fois sur des échantillons de taille $M_s < M$ puis de calculer l'indice moyen pour chaque grandeur d'entrée.

L'écart type des valeurs de cet indice est également calculé afin de contrôler la stabilité de l'estimation. L'utilisateur doit donc renseigner deux paramètres : le **Nombre de répétitions** de l'estimation et la **Taille de l'échantillon** M_s représentant le nombre de valeurs présentes dans les échantillons $(x_{ij})_{\substack{i=1,\dots,n \\ j=1,\dots,M_s}}$ et $(x_{ij}')_{\substack{i=1,\dots,n \\ j=1,\dots,M_s}}$.

Le logiciel LNE-MCM calcule également les indices de Sobol' du second ordre qui représentent les interactions entre deux grandeurs d'entrée. Par souci de clarté, on renvoie le lecteur à l'ouvrage de Saltelli [réf : Saltelli] pour les formules relatives aux indices d'ordre 2.

Les résultats (Figure 7) s'affichent sous la forme d'un diagramme circulaire représentant le Budget d'incertitude ainsi que d'un tableau de données contenant, la **Contribution à la variance** et l'**écart type** (sur les valeurs de chaque indice) des **Effets** du 1^{er} et du 2^e ordre le cas échéant.

Notation : On note X_i - X_j l'interaction entre X_i et X_j .

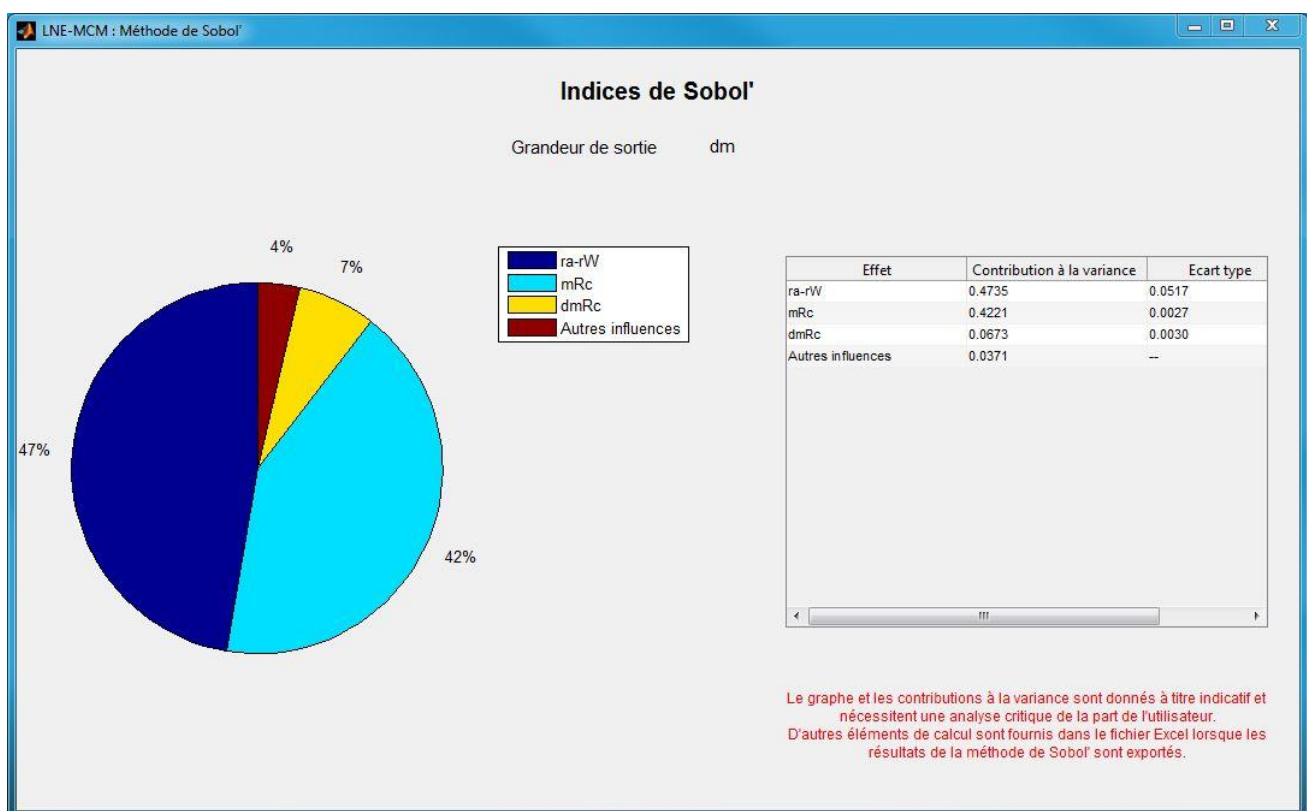


Figure 7 – Méthode de Sobol'

3.3 Validation des résultats obtenus par la méthode GUM

La méthode de Monte Carlo possède un champ d'application plus large que la méthode GUM. Afin d'étudier la validité des résultats obtenus par la méthode GUM, le supplément 1 du GUM définit un

critère de validation. Celui-ci est basé sur une comparaison des intervalles élargis à 100p% obtenus par les deux méthodes (p désigne la probabilité de couverture).

En pratique on calcule les différences $d_{inf} = |y - U_p - y_{inf}|$ et $d_{sup} = |y + U_p - y_{sup}|$ où y_{inf} et y_{sup} représentent les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle élargi obtenu par la méthode de Monte Carlo et $[y - U_p, y + U_p]$ représente l'intervalle élargi symétrique, autour de la valeur attribuée au mesurande, obtenu par la méthode GUM.

On compare d_{inf} et d_{sup} à une tolérance numérique $\delta = 0,5 \times 10^{-l}$ calculée à partir de l'écart type des valeurs attribuées à la grandeur de sortie obtenues par la méthode de Monte Carlo. En effet, on pose $u(y) = c \times 10^{-l}$ avec c un entier constitué d'un ou deux chiffres selon que l'on valide avec un ou deux chiffres significatifs.

Généralement la comparaison est faite sur des intervalles élargis à 95%, auquel cas le facteur d'élargissement (k) de l'incertitude composée calculée par la méthode GUM est classiquement pris égal à 2.



Le logiciel LNE-MCM ne permet pas d'évaluer l'incertitude de mesure par la méthode GUM. Le résultat obtenu par la méthode GUM doit être saisi par l'utilisateur conformément à la [Figure 8](#).

LNE-MCM : Paramètres GUM

Procédure de validation des hypothèses de la méthode GUM par la méthode de Monte Carlo (GUM S1)

Saisir la moyenne et l'incertitude type obtenues par la formule de propagation des variances pour la grandeur de sortie **dm**

Moyenne

Incrtitude type

Saisir le coefficient d'élargissement (k)

Quel est le nombre de chiffres significatifs souhaité pour le critère de validation?

Important : LNE-MCM vous propose l'application stricte de la procédure donnée par le supplément 1 du GUM. Cependant, il convient de garder un esprit critique quant à la comparaison des deux méthodes, notamment lorsque la différence maximale observée entre les deux intervalles élargis est très légèrement supérieure à la tolérance fixée.

Figure 8 - Paramètres obtenus par la méthode GUM à renseigner par l'utilisateur

Le cadre **Résultat de mesure** de la [Figure 9](#) résume les résultats obtenus par la méthode GUM et la méthode GUM S1 pour la **Grandeur de sortie** *dm*. Sur le graphique, le code couleur permet de mieux visualiser les bornes des intervalles élargis à 100p%. Les lois normales sont tracées à partir des **moyennes** et des **incertitudes types** obtenues par les deux méthodes (la courbe rouge correspond au résultat de Monte Carlo). Le cadre **Validation selon le GUM-S1** détaille les calculs faits lors de la validation des résultats obtenus par la méthode GUM. Un commentaire précise si les résultats obtenus par la méthode GUM sont validés ou non par la méthode de Monte Carlo.

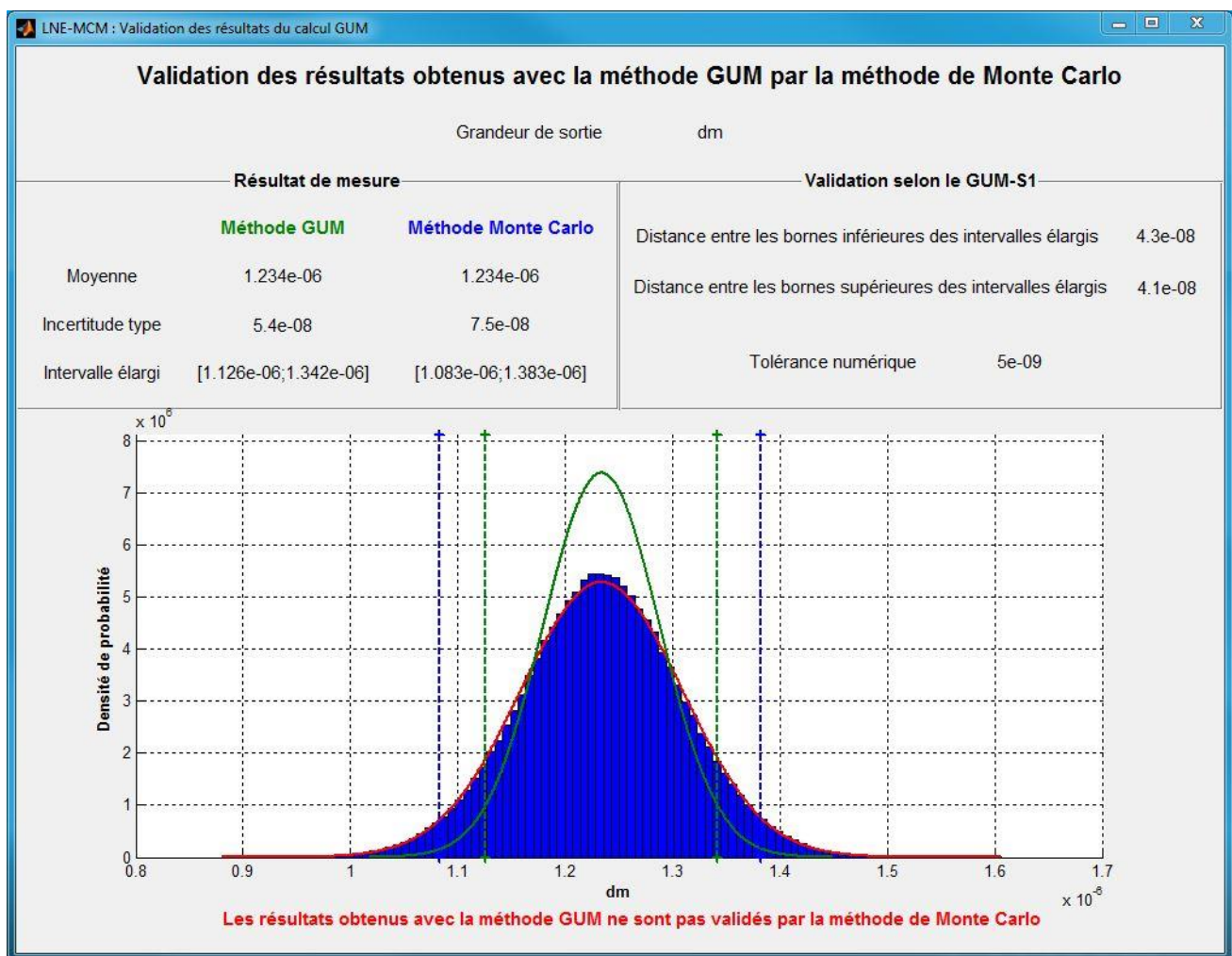


Figure 9 - Validation des résultats GUM par la méthode de Monte Carlo

4 Mesurandes multiples

Le logiciel LNE-MCM permet d'effectuer une analyse multivariée des grandeurs de sortie. On renvoie le lecteur au supplément 2 du GUM traitant de mesurandes multiples. L'exemple présenté dans cette partie, concernant la mesure simultanée de la réactance et de la résistance, est issu du supplément 2 du GUM. En cliquant sur le bouton **E** à partir de la fenêtre de calcul (Figure 10), une fenêtre dédiée à l'analyse multivariée s'affiche (Figure 11). Ce bouton devient actif après avoir lancé les simulations de Monte Carlo.

Evaluation de l'incertitude de mesure par propagation de distributions : méthode de Monte Carlo

A Import Excel B Saisie des données C Modification des données D Réinitialisation

E1 Etape 1 : spécification du(es) modèle(s) de mesure

Nombre de grandeurs d'entrée: 3 Nommer: E1.1 Nombre de grandeurs de sortie: 3 Nommer: E1.1

Modèle mathématique: R (E1.2) $\text{ampV}/\text{ampI} \cdot \cos(\phi)$ (E1.3) Valider: V écriture du modèle: sinus (E1.4)

E2 Etape 2 : quantification des sources d'incertitude

Nom	Type de distribution		Paramètre 1	Paramètre 2
ampV	Normale	Moyenne	4.9990	Ecart type: 0.0026
ampI	Normale	Moyenne	0.0197	Ecart type: 7.7000e-06
phi	Normale	Moyenne	1.0445	Ecart type: 6.1000e-04

E2.1

Distribution normale multivariée

Matrice de variance-covariance

	ampV	ampI	phi
ampV	6.7600e-06	-7.1071e-09	1.3608
ampI	-0.09	5.9290e-11	-3.0296
phi	0.06	-3.0296e-09	3.7210

E2.2 E2.3

Valider: V

E3 Etape 3 : simulation et propagation

Graine ('seed'): E3.1 Aléatoire Grandeur d'entrée X: Afficher: E3.2 Grandeur de sortie Y: Afficher: E3.2

Nombre de tirages: 1e6 Lancer: E4 Nombre de tirages à ajouter: 1 Relancer

E Analyse multivariée F Synthèse G Export Excel

Figure 10 - Fenêtre de calcul dans le cas de l'exemple de résistance-réactance

Sur la fenêtre **Analyse multivariée** (Figure 11), les résultats sont présentés par paire de **Grandeurs de sortie**. Le cadre **Résultat de mesure** affiche la moyenne et l'écart type estimés pour les **Grandeurs de sortie** concernées et donne leur covariance et leur coefficient de corrélation linéaire.

Le graphique représente le **Nuage de point** simulés **et la région élargie**. Il permet d'identifier rapidement le sens et l'intensité de la corrélation des deux grandeurs de sortie concernées.

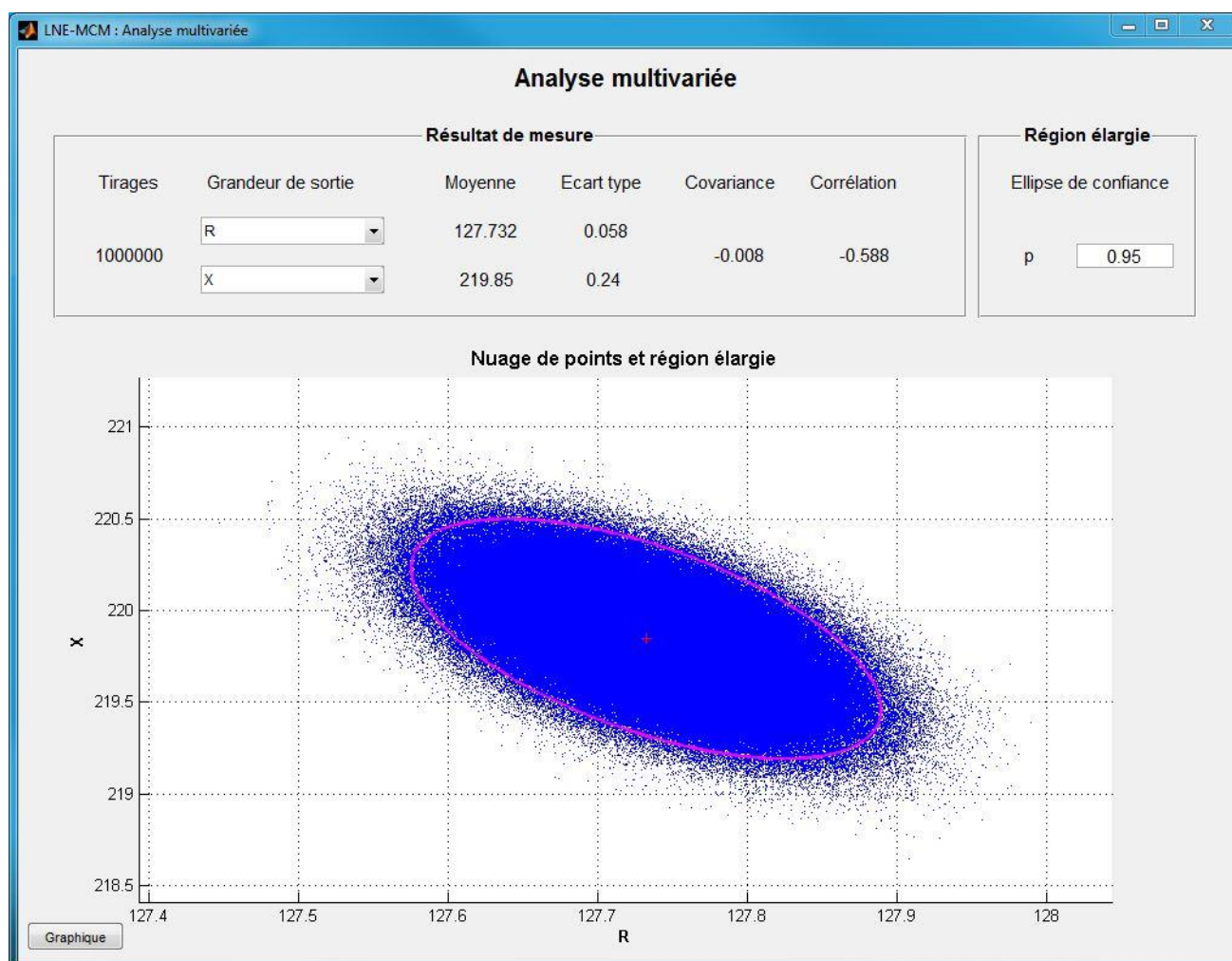


Figure 11 - Analyse multivariée



Conformément au supplément 2 du GUM, il y a un nombre arbitraire de régions de confiance ou régions élargies à 100

Ellipse de confiance. La longueur des demi-axes équivaut à la valeur de l'écart type de chacune des grandeurs de sortie définies dans le cadre **Résultat de mesure**. Dans le cas où les grandeurs de sortie sont approximativement gaussiennes, l'**Ellipse de confiance** représente assez fidèlement la région élargie à 100p%. Dans les autres cas, l'ellipse de confiance n'est pas informative.

5 Sauvegarde des résultats

Il est possible de sauvegarder l'ensemble des résultats dans un fichier Excel. Le fichier de sortie peut être importé en tant que fichier d'entrée. Ce fichier est créé lorsque l'on clique sur le bouton

G accessible depuis la fenêtre de calcul, après avoir lancé les simulations de Monte Carlo.

Evaluation de l'incertitude de mesure par propagation de distributions : méthode de Monte Carlo

A Import Excel B Saisie des données C Modification des données D Réinitialisation

E1 Etape 1 : spécification du(es) modèle(s) de mesure

Nombre de grandeurs d'entrée: 3 Nombre de grandeurs de sortie: 3

Modèle mathématique: R $\text{ampV}/\text{ampl} \cdot \cos(\phi)$

E2 Etape 2 : quantification des sources d'incertitude

Nom	Type de distribution	Moyenne	Paramètre 1	Paramètre 2
ampV	Normale	4.9990	Ecart type	0.0026
ampl	Normale	0.0197	Ecart type	7.7000e-06
phi	Normale	1.0445	Ecart type	6.1000e-04

E3 Etape 3 : simulation et propagation

Graine ('seed'): Aléatoire

Nombre de tirages: 1e6

Grandeur d'entrée X: Afficher

Grandeur de sortie Y: Afficher

Export Excel

Figure 12 - Sauvegarde des résultats

La **Figure 13**, représentant la fenêtre de l'**Export Excel**, permet à l'utilisateur de sauvegarder dans un fichier Excel :

- **Lois de probabilité des grandeurs d'entrée et modèles de mesure** : le type de loi de distributions et les paramètres associés pour les grandeurs d'entrée ainsi que les modèles de mesure ;
- **Tirages des lois** : lors de l'**Etape 3** les échantillons des lois de probabilité des grandeurs d'entrée sont générés et peuvent être exportés dans un fichier texte (x.txt);

- **Synthèse** : les informations contenues dans la fenêtre *Synthèse* (Figure 14) ;
- **Simulation de Monte Carlo** : les valeurs du(es) mesurande(s) calculées peuvent être sauvegardées dans un fichier texte (*nom_mesurande.txt*) ;
- **Résultats** : pour chaque grandeur de sortie, un onglet du fichier Excel affiche la moyenne, l'écart type, le minimum, le maximum, la médiane, le coefficient de variation, la variance, le coefficient skewness, le coefficient de Kurtosis, les intervalles élargis et donne l'histogramme des valeurs de la grandeur de sortie.

L'utilisateur peut exporter les résultats liés à l'**Analyse multivariée**, au **Test Kolmogorov-Smirnov**, à la **Validation des résultats obtenus par la méthode GUM** ou à l'**Analyse de sensibilité** (coefficients de **Spearman** ou indices de **Sobol'**) s'ils ont été effectués.

Grandeur de sortie	Simulation de Monte Carlo	Résultats	Test de Kolmogorov-Smirnov	Validation des résultats obtenus par la méthode GUM	Analyse de sensibilité	
					Spearman	Sobol
R	☐	☒	☐	☐	☐	☐
X	☐	☒	☐	☐	☐	☐
Z	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Figure 13 - Fenêtre Export Excel

6 Synthèse

L'utilisateur peut accéder à la synthèse à tout moment. Celle-ci rappelle à l'utilisateur le nombre de grandeurs d'entrée ainsi que leur nom et les modèles de mesure (Figure 14). La **Moyenne** correspond à la valeur moyenne de la grandeur de sortie calculée à partir des valeurs moyennes des grandeurs d'entrée injectées dans les modèles de mesure.

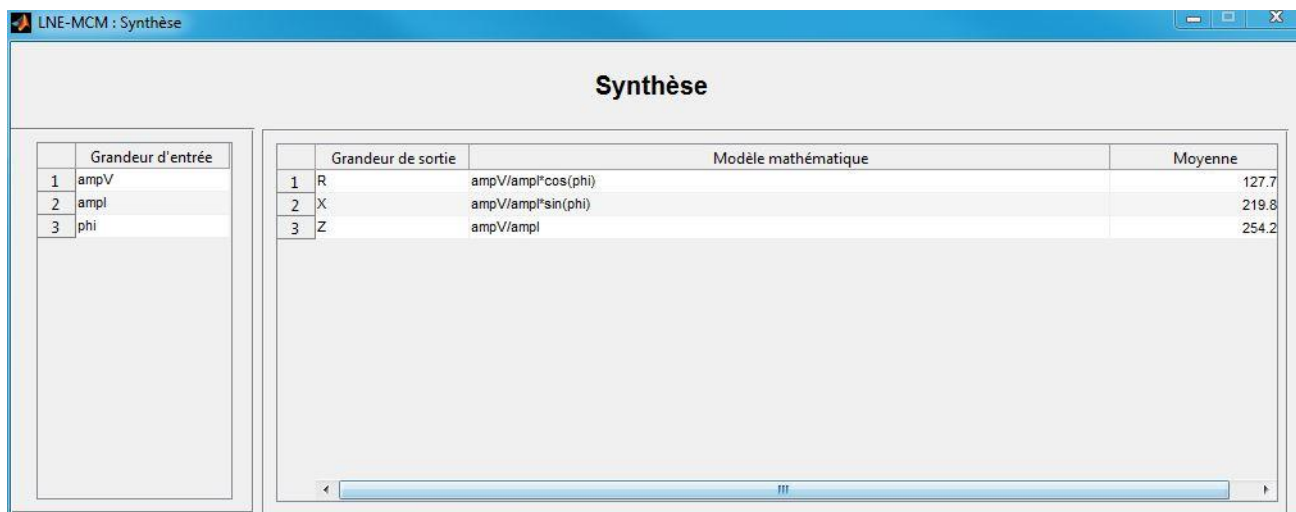


Figure 14 - Fenêtre Synthèse

Références

- [GUM] ISO/CEI GUIDE 98-3:2008, *Uncertainty of measurement – Part 3: guide to the expression of uncertainty in measurement* (GUM:1995), **2008**.
- [GUM S1] ISO/CEI GUIDE 98-3/S1:2008, *Uncertainty of measurement – Part 3: guide to the expression of uncertainty in measurement* (GUM:1995) – *Supplement 1: propagation of distributions using a Monte Carlo method*, **2008**.
- [GUM S2] ISO/CEI GUIDE 98-3/S2:2011, *Uncertainty of measurement – Part 3: guide to the expression of uncertainty in measurement* (GUM:1995) – *Supplement 2: extension any number of output quantities*, **2011**.
- [Kolmogorov] Massey, F. J. *The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit*. Journal of the American Statistical Association. Vol. 46, No. 253, **1951**, pp. 68–78.
- [Mersenne] Matsumoto, M. and Nishimura, T. *Mersenne Twister: A 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudo-Random Number Generator*. ACM. Trans. Model. Comput. Simul. 8(1), **1998**, pp. 3-30.
- [Possolo] A. Possolo. *Copulas for uncertainty analysis*. Metrologia 47 (**2010**) 262-271.
- [Saltelli] A. Saltelli, K. Chan, and E.M. Scott, editors. *Sensitivity Analysis*, Wiley, **2000**.